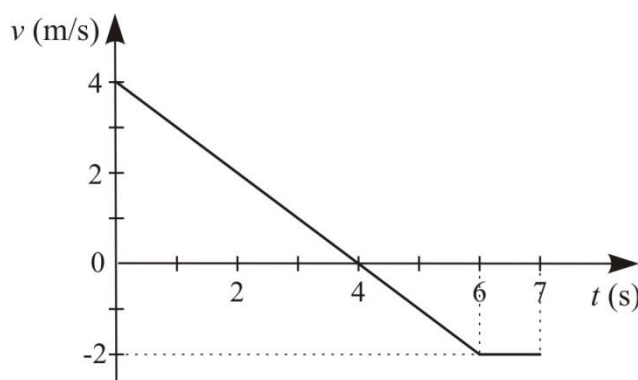


37. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
I. kategória: gimnázium 9. évfolyam

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. A megoldás egy lehetséges módja a megtett út (elmozdulás) és a grafikon alatti terület kapcsolatán alapulhat, illetve használhatjuk az átlagsebességet is az egyes szakaszokra.



a) Az elmozdulás az első 6 s alatt: $\Delta r_1 = \frac{4\frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6\text{s} = 6\text{m}$. **2 pont**

Az elmozdulás az utolsó másodpercben: $\Delta r_2 = -2\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} = -2\text{m}$. **1 pont**

A teljes elmozdulás 4 m. **1 pont**

b) A test elmozdulása a fordulás pillanatában ($t = 4$ s) a legnagyobb: **1 pont**

A legnagyobb elmozdulás: $\Delta r_{\text{max}} = \frac{4\frac{\text{m}}{\text{s}} + 0\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 4\text{s} = 8\text{m}$. **2 pont**

c) Az odafelé megtett út egyenlő a maximális elmozdulással: $s_1 = 8\text{m}$. **1 pont**

A visszafelé megtett út (a trapéz területe alapján): $s_2 = \frac{3\text{s} + 1\text{s}}{2} \cdot 2\frac{\text{m}}{\text{s}} = 4\text{m}$. **1 pont**

Az összes megtett út 12 m. **1 pont**

2. Adatok: $d = 0,5$ m, $m_1 = 0,3$ kg, $m_2 = 0,2$ kg, $\mu = 0,4$.

Visszafelé érdemes gondolkodni!

Az összetapadt két test $a = -\mu g = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ értékű gyorsulással lassul. **2 pont**

Akkor esnek le az asztalról, ha $v_k = \sqrt{2|a|d} = 2$ m/s-nál nagyobb sebességgel indulnak meg a rugalmatlan ütközés után. **3 pont**

Az ütközésre érvényes a lendületmegmaradás törvénye:

$$m_2 \cdot v_0 = (m_1 + m_2) \cdot v_k$$
2 pont

Az érkező test sebessége:

$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot v_k = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$
3 pont

3. Adatok: $r = 0,1$ m, $R = 0,13$ m, $m = 0,2$ kg, $f = 1$ 1/s.

a) Amíg meg nem csúszik, a testet a tapadási súrlódási erő tartja r sugarú körpályán. **1 pont**

$$F_{\text{ts,max}} = mr\omega^2 = mr(2\pi f)^2 = 0,79 \text{ N}$$
3 pont

Mivel a tapadási súrlódási erő maximuma $F_{\text{ts,max}} = \mu_0 mg$, így a (tapadási) súrlódási együttható értéke $\mu_0 \approx 0,4$.

1 pont

b) A rugó elhelyezése után, ha még éppen nem esik le a test a korongról ($R = 13$ cm-es sugár, illetve $\Delta l = 0,03$ m-es megnyúlás esetén), a maximális centripetális erőt a $0,79$ N nagyságú súrlódási erő és a rugóerő biztosítja:

$$F_{\text{cp,max}} = F_{\text{ts,max}} + F_r = \mu_0 mg + D\Delta l = 1,39 \text{ N.}$$
3 pont

Az $F_{\text{cp,max}} = mR\omega_{\text{max}}^2$ dinamikai alapegyenletből a maximális szögsebesség: $\omega_{\text{max}} \approx 7,3 \frac{1}{\text{s}}$. **2 pont**

4. Adatok: $r = 0,35$ m, $v_0 = 25$ m/s.

a) A lerepülő kavics vízszintes és függőleges kezdősebessége is 25 m/s. **1 pont**

A kavics $t_1 = \frac{v_0}{g} = 2,5$ s-ig emelkedik felfelé. **1 pont**

Legnagyobb magassága a talaj felett:

$$h = r + \frac{v_0^2}{2g} = 0,35 \text{ m} + 31,25 \text{ m} = \mathbf{31,6 \text{ m}}$$

2 pont

b) A lefelé zuhanás időtartama $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2,514 \text{ s}$ (amely mindössze 14 milliszekundummal több az emelkedés idejénél). **2 pont**

Megjegyzés: Amennyiben a versenyző a felfelé és a lefelé mozgás időtartamát egyenlőnek veszi, akkor ez a 2 pont nem adható meg. Ha azonban arra hivatkozik, hogy a két időtartam közötti eltérés olyan csekély, hogy lényegében elhanyagolható, akkor adjuk meg a 2 pontot. A közegellenállás elhanyagolása ugyanis sokkal nagyobb hatással van a valóság és a modell feladat eredménye közötti eltérésre, mint az utolsó 35 cm-es magasságvesztés elhagyása.

Eközben a jármű $s = v_0(t_1 + t_2) = 125,35 \text{ m} \approx 125 \text{ m}$ utat tesz meg. **1 pont**

c) A kavics és a jármű kereke vízszintesen mindvégig egymás mellett mozog, ezért a kérdéses távolság a kerék sugara, tehát **35 cm**.

3 pont

5. Adatok: $v_0 = 10 \text{ m/s}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

A hajítás során a vízszintes sebességkomponens állandó marad. **1 pont**

Az A pontban a pillanatnyi sebességvektor 30° -os szöget zár be a vízszintessel. Így egy félszabályos háromszög segítségével megállapíthatjuk, hogy a függőleges sebesség összetevő:

$$v_{A,y} = \frac{10 \text{ m}}{\sqrt{3}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2 pont

Ez azt jelenti, hogy ez a pillanat az indulás után $t_1 = \frac{v_{A,y}}{g} = 0,577 \text{ s}$ -mal később következik be.

1 pont

Ha a B pontban a kérdéses szög 45° -os, akkor a $v_{B,y}$ függőleges összetevő is 10 m/s nagyságú, vagyis ez az állapot az indítás után $t_2 = \frac{v_{B,y}}{g} = 1 \text{ s}$ -mal jön létre.

3 pont

A test vízszintes elmozdulása

$$\Delta x = v_0(t_2 - t_1) = 4,23 \text{ m.}$$

1 pont

A függőleges elmozdulást a szabadesés alapján számíthatjuk ki:

$$\Delta y = \frac{g}{2}(t_2^2 - t_1^2) \approx 3,34 \text{ m.}$$

1 pont

A test elmozdulása:

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \approx 5,4 \text{ m.}$$

1 pont

I. forduló feladatainak megoldása
II. kategória: gimnázium 10. évfolyam

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: $t_1 = 5$ s, $s_1 = 125$ m, $t_2 = 8$ s, $s_2 = 176$ m.

a) Jelölje a lassulást a , a kezdősebességet v_0 és helyettesítsük be az SI-ben megadott adatokat az egyenletesen lassuló mozgás út-idő összefüggésébe ($s = v_0 t - \frac{a}{2} t^2$):

$$125 = 5v_0 - \frac{a}{2} 25$$
$$176 = 8v_0 - \frac{a}{2} 64.$$

4 pont

Az egyenletrendszer megoldása:

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{és} \quad v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2 pont

b) A megállásig eltelt idő és a megállásig megtett út:

$$t = \frac{\Delta v}{a} = 15 \text{ s} \quad \text{és} \quad s = \frac{v_0}{2} t = 225 \text{ m}.$$

4 pont

2. Adatok: $v = 20$ m/s, $r = 150$ m, $h = 1,25$ m.

a) A téglá egyenletes körmozgásának dinamikai feltétele $F_e = ma_{cp}$, az eredő erő pedig egyenlő a tapadási súrlódási erővel.

2 pont

Ezek alapján:

$$\mu_0 mg = m \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{v^2}{gr} \approx 0,27.$$

3 pont

b) A táska érintő irányban hagyja el a platót és vízszintes hajítással mozog.

1 pont

A táska $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,5$ s idő alatt esik le.

1 pont

Eközben (ha sebességvesztés nélkül esik le, mert a plató legszélén volt) $x = vt = 10$ m utat tesz meg vízszintesen.

1 pont

Földet éréskor az úttesttől mért távolsága:

$$d = \sqrt{r^2 + x^2} - r \approx 0,33 \text{ m} = 33 \text{ cm} .$$

2 pont

3. Adatok: $r = 0,013$ m, $m = 0,0069$ kg, $\alpha = 0,075$ N/m.

a) A pénzérme akkor emelkedik meg, ha a többletnyomásból származó erő kiegyenlíti a nehézségi és a felületi feszültségből származó erő összegét.

2 pont

A vízfilm alkotta hengerpalást külső és belső felülete miatt a kétszeres területet kell beírni az összefüggésbe.

1 pont

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{m \cdot g + \alpha \cdot 2K}{A} \\ \Delta p &= \frac{m \cdot g + \alpha \cdot 4\pi r}{r^2 \pi} \\ \Delta p &= \frac{0,069 + 0,0039\pi}{0,013^2 \pi} = 153 \text{ Pa.} \end{aligned}$$

4 pont

b) Az érme többször is meg fog emelkedni, minden alkalommal levegő távozik az üvegből, így benne pillanatszerűen lecsökken a nyomás.

2 pont

Nem túlságosan hosszú idő múlva hőmérsékleti egyensúly áll be, nem tudjuk tenyereinkkel tovább növelni az üvegpalackban lévő levegő hőmérsékletét, így a pénzérme „tátogása” leáll.

1 pont

Megjegyzés: Ha szappanos vagy mosogatószeres vízzel nedvesítjük meg a palack karimáját, akkor minden egyes „tátogás” után egy kicsiny szappanbuborék jön létre, melyek hosszabb idő után látványos fűzért alkotnak.

4. Adatok: $m = 0,1$ kg, $l = 0,3$ m.

a) Az ingatest sebessége a fonál függőleges helyzetében a mechanikai energia megmaradása alapján határozható meg:

$$mgl = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gl} = \sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2 pont

A fonálerő pedig a dinamikai feltételből kapható:

$$K - mg = ma_{cp}$$

$$K = m \left(g + \frac{v_1^2}{l} \right) = 3 \text{ N.}$$

2 pont

b) A függőleges síkban történő átforduláshoz az szükséges, hogy a test legfelső helyzetében a nehézségi erő körpályán tudja tartani a testet. A fonálerő legkisebb lehetséges értéke ebben a pontban tehát nulla, így a dinamikai egyenlet:

$$mg = m \frac{v_2^2}{l}$$

2 pont

Az ehhez tartozó legkisebb indítási sebesség ismét a mechanikai energia megmaradása alapján számítható ki:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_0^2 &= mgl + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{3}{2}mgl \\ v_0 &= \sqrt{3gl} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

2 pont

c) A sebesség a legalsó pontban:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgl = \frac{1}{2}mv_3^2 \quad \rightarrow \quad v_3 = \sqrt{v_0^2 + 2gl} = \sqrt{5gl} = \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

1 pont

A fonál szakítószilárdsága pedig:

$$K' = m \left(g + \frac{v_3^2}{l} \right) = 6 \text{ N.}$$

1 pont

5.E. Adatok: $v = 10 \text{ m/s}$, $m = 9,8 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$, $U = 98 \text{ V}$, $\alpha = 30^\circ$, $d = 0,1 \text{ m}$.

a) A munkatétel alapján meghatározhatjuk a csepp töltését:

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad q = \frac{mv^2}{2U} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ C.}$$

3 pont

b) Az olajcsepp mozgása ferde hajításra emlékeztet. Vízszintes erő hiányában ebbe az irányba $v_x = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nagyságú állandó sebességgel halad.

1 pont

Függőlegesen az olajcsepp felfelé mutató gyorsulása $a = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2 pont

(Jogos tehát a gravitációs erő elhagyása, ami mindössze 2 %-os elhanyagolást jelent.)

Az olajcsepp $v_y = 5\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nagyságú függőleges kezdősebességét $t = \frac{v_y}{a} \approx 17,3 \text{ ms}$ alatt elveszti, majd ellenkező előjellel visszanyeri.

2 pont

Mindez $2t \approx 34,6$ ms alatt történik, tehát az olajcsepp a nyílástól $x = v_x \cdot t \approx 173$ mm távolságra csapódik be, miközben függőlegesen $y = \frac{v_y t}{2} = 7,5$ cm-t mozdul el először le, majd fel.

2 pont

5.H. Adatok: $A = 0,004$ m², $p_0 = 12$ kPa, $m = 2$ kg.

Legyen a forgatás után a felső részben a nyomás p .

Ekkor az alsó részben a nyomás $p + \Delta p$, ahol $\Delta p = \frac{mg}{A} = 5000$ Pa = 5 kPa .

2 pont

Írjuk fel mindkét gázmennyiségre a Boyle–Mariotte-törvényt:

$$p_0 V_0 = pV$$

$$p_0 V_0 = (p + \Delta p)(2V_0 - V).$$

2 pont

Ezekből az egyenletekből se V -t, se pedig V_0 -at nem tudjuk külön-külön meghatározni, viszont a kért nyomásokat, illetve a V/V_0 relatív térfogatváltozást igen.

Behelyettesítés után (a nyomásértékeket kPa egységben beírva) ezt kapjuk:

$$12 = p \frac{V}{V_0}$$

$$12 = (p + 5) \left(2 - \frac{V}{V_0} \right).$$

A térfogatok arányát kiküszöbölve:

$$12 = (p + 5) \left(2 - \frac{12}{p} \right)$$

$$6p = (p + 5)(p - 6)$$

$$p^2 - 7p - 30 = 0 .$$

A másodfokú egyenlet megoldásai: $p_1 = 10$ kPa és $p_2 = -3$ kPa.

Az egyenletrendszer fizikailag értelmes megoldása: $p = 10$ kPa és $V/V_0 = 1,2$.

4 pont

Ezek alapján:

a) A felső részben 10 kPa lesz a nyomás, az alsóban pedig 15 kPa.

1 pont

b) A felső rész térfogata 20%-kal nő, az alsóé pedig 20%-kal csökken.

1 pont

37. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
III. kategória: szakgimnázium 10. évfolyam

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Érdemes a távolságot km, a sebességet km/min egységben felvenni, így András sebessége $\frac{1 \text{ km}}{6 \text{ min}}$, míg Béláé $\frac{1 \text{ km}}{5 \text{ min}}$.

1 pont

Béla útja a találkozásig legyen x , Andrásé $x - \frac{1}{2}$, Béla menetideje legyen t , Andrásé $(t + 3)$.

1 pont

Ekkor:

$$\frac{x}{t} = \frac{1}{5} \quad \text{és} \quad \frac{x - \frac{1}{2}}{t + 3} = \frac{1}{6}.$$

4 pont

Ebből $x = 6 \text{ km}$ és $t = 30 \text{ min}$, vagyis Béla 30 perc alatt, 6 km-t futva éri utol Andrást.

4 pont

2. Adatok: $L = 13 \text{ m}$, $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$, $d = 3 \text{ m}$, $v_0 = 20 \text{ m/s}$, $t_r = 1 \text{ s}$.

a) A teherautónak a keresztezett sávon való áthaladásához szükséges idő:

$$t = \sqrt{\frac{2(L + d)}{a_1}} = 4 \text{ s}.$$

2 pont

Az autó (legnagyobb) lassulásának mértékét a tapadási súrlódási együttható határozza meg:

$$a_2 = \mu_0 g = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 pont

Az autó 1 s-ig változatlan sebességgel halad, majd utána fékez. A rendelkezésre álló 4 s alatt az autó által megtett (legkisebb) távolság:

$$s_2 = v_0 t - \frac{a_2}{2} (t - t_r)^2 = 53 \text{ m}.$$

3 pont

A teherautó áthaladásának pillanatában a két jármű távolsága (legfeljebb) 7 m, így **elkerülhetik az ütközést** (bár az autó még nem állt meg, sebessége legalább 2 m/s). **1 pont**

b) A fentiek alapján a teherautó akkor indulhat meg, ha a közeledő autó **legalább 53 m távolságra van a kereszteződéstől**.

3 pont

Megjegyzés: aki úgy gondolkodik az *a*) részben, hogy az autónak a teljes megállásig 53,33 méterre van szüksége, az kapja meg az *a*) részre adható teljes pontszámot, hiszen ez is bizonyítja, hogy az *a*) részbeli feltétel, vagyis a kezdeti 60 méteres távolság esetén az autós elkerülheti az ütközést. Viszont csak annak jár pont a *b*) részre, aki helyesen indokolva megállapítja az 53 méteres minimumot.

3. Adatok: $m = 2700 \text{ kg}$, $r = 68 \text{ m}$, $h = 80 \text{ m}$, $v_y = 5 \text{ m/s}$, $f = 0,01 \text{ 1/s}$.

a) A mozgás (közelítőleg függőleges irányú) egyenes vonalú, egyenletes mozgásból, illetve egyenletes körmozgásból tehető össze:

1 pont

$$mv = m \sqrt{v_y^2 + (2\pi fr)^2} = 17\,760 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

4 pont

b) A 80 méteres függőleges elmozdulást $t = h/v_y = 16 \text{ s}$ alatt teszi meg a teher.

1 pont

Eközben $N = f \cdot t = 0,16$ fordulatot tesz meg a daru, vagyis a körmozgás útja (ív hossza):

$$i = N \cdot 2\pi r = 68,4 \text{ m}.$$

1 pont

„Terítsük ki a hengerpalástot”, melyen a teher mozog, és így megkapjuk a teljes utat:

$$s = \sqrt{h^2 + i^2} = \sqrt{80^2 + 68,4^2} = 105 \text{ m}.$$

3 pont

4. Adatok: $m = 0,2 \text{ kg}$, $v_0 = 4 \text{ m/s}$, $F = 1 \text{ N}$, $t_1 = 0,4 \text{ s}$, $t_2 = 1,5 \text{ s}$, $\mu = 0,3$.

a) A csúszási súrlódási erő $S = \mu mg = 0,6 \text{ N}$, iránya a sebességével ellentétes, vagyis azonos F irányával.

1 pont

Az eredő erő $F + S = 1,6 \text{ N}$, a gyorsulás $a = \frac{F+S}{m} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1 pont

A test $t_0 = \frac{v_0}{a} = 0,5 \text{ s}$ múlva áll meg, vagyis $0,4 \text{ s}$ múlva még előre mozog $v = v_0 - at = 0,8 \text{ m/s}$ sebességgel.

2 pont

Eközben $s = \frac{v_0+v}{2} t_1 = 0,96$ m utat tesz meg, tehát **96 cm távolságban lesz a kezdőponttól.**

1 pont

b) Mint láttuk, a test 0,5 s múlva megáll. Ezalatt megtett $s_0 = \frac{v_0}{2} t_0 = 1$ m utat.

1 pont

Mivel az F húzóerő nagyobb a tapadási súrlódási erő maximumánál, ezért a test visszaindul.

Az eredő erő most $F' = F - S = 0,4$ N, a gyorsulás pedig $a' = \frac{F-S}{m} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2 pont

Ezzel a gyorsulással $t' = 1$ s ideig mozog és $s' = \frac{a'}{2} t'^2 = 1$ m távolságot megtéve **éppen visszaér a kiindulási pontba** (2 m/s sebességgel).

2 pont

5. Adatok: $r = 0,35$ m, $v_0 = 25$ m/s.

a) A lerepülő kavics vízszintes és függőleges kezdősebessége is 25 m/s.

1 pont

A kavics $t_1 = \frac{v_0}{g} = 2,5$ s-ig emelkedik felfelé.

1 pont

Legnagyobb magassága a talaj felett:

$$h = r + \frac{v_0^2}{2g} = 0,35 \text{ m} + 31,25 \text{ m} = \mathbf{31,6 \text{ m}}$$

2 pont

b) A lefelé zuhanás időtartama $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2,514$ s (amely mindössze 14 milliszekundummal több az emelkedés idejénél).

2 pont

Megjegyzés: Amennyiben a versenyző a felfelé és a lefelé mozgás időtartamát egyenlőnek veszi, akkor ez a 2 pont nem adható meg. Ha azonban arra hivatkozik, hogy a két időtartam közötti eltérés olyan csekély, hogy lényegében elhanyagolható, akkor adjuk meg a 2 pontot. A közegellenállás elhanyagolása ugyanis sokkal nagyobb hatással van a valóság és a modell feladat eredménye közötti eltérésre, mint az utolsó 35 cm-es magasságvesztés elhagyása.

Eközben a jármű $s = v_0(t_1 + t_2) = \mathbf{125,35 \text{ m} \approx 125 \text{ m}}$ utat tesz meg.

1 pont

c) A kavics és a jármű kereke vízszintesen mindvégig egymás mellett mozog, ezért a kérdéses távolság a kerék sugara, tehát **35 cm.**

3 pont